

微分 第1回 微分の考え

数学は計算だけではない。

例えば $2 \times 3 = 6$ であるが、2人組が3組あると6人だとか、1秒間に2メートル進むとすると3秒間では6メートル進むとか、同じ計算でも使う場面がある。

$x^2 - 2x + 5$ を x で微分すると $2x - 2$ になる。できないよりできたほうがもちろんいいに決まっている。何をしているのか、なんでそんなことするのかを知らなければ、ただのアルスメティカルな操作に過ぎない。その意味で初等関数(高校までで学習する関数)の微分は、計算だけなら小学生でもできる。

いつも言っていることだが、高校数学、特に数学IIは使える技術者を増やすことが、目論見のひとつのようだ。計算できて正しい答えが出ればよいという傾向が強い。もちろんそれも大切なことだが、それだけではただの使えるひとに過ぎない。(使えないひとより、つかえるひとがもちろんいいに決まっている。それだけで終われば、ただのいいひとである。)

微分や積分は本来どのようなもので、なぜそんな小学生でもできる簡単な計算ですむ場合が多いのかを探究してみよう。

次の問題に取り組んで、微分の考えの本質にせまってみよう。

問題1 2乗に比例する関数 $f(x) = x^2$ の差分に注目した性質を調べてみよう。(階差から差分、微分へ、また区分求積、積分)

問題2 関数 $f(x) = x^2 - 2x + 5$ について、 $x = 2$ の付近で $f(x)$ の値は増加だろうか、減少だろうか。理由も付して答えよ。(平方完成と微分)

問題3 関数 $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 4$ について、 $f(x)$ の値が減少する x の値の範囲を求めてみよう。(変化を捉えるには差をとるでしょう)

問題4 関数 $f(x) = x^2 - 2x + 5$ について、 $x = 2$ の付近で $f(x)$ の値を近似するとどうなるだろうか。(微分、近似式、ニュートン近似、テーラー展開、多項式の除法)