120904 初版
http://goo.gl/MFRFj

微分　第5回　結局のところ

結局のところ，微分法というのは，接線の傾きを求めたい，値の変化の度合い (増減) を調べたい，という問題から発展してきた。

だから，

平均変化率

x が a から $a+h$ まで変化するとき，
x の増分 $\Delta x=(a+h)-a=h$
y の増分 $\Delta y=f(a+h)-f(a)$
平均変化率 $\dfrac{\Delta y}{\Delta x}=\dfrac{f(a+h)-f(a)}{h}$

変化率，微分係数，接線の傾きはこの極限操作で求めるが，

公式を使って導関数を求め，その x に a を代入するという，代数的な操作で微分係数が求められるところが，便利なところである。

あとは練習のみである。

微分の考え

問い　$x=a$ 付近で，関数 $f(x)$ の値はどのように変化するのか
step1　$f(x)$ の増分の計算 $\Delta f(x)=f(a+h)-f(a)$
step2　平均変化率 $\dfrac{f(a+h)-f(a)}{h}$
step3　極限操作 $\displaystyle\lim_{h\to 0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$
答え　$x=a$ での変化率，微分係数，接線の傾きがわかった ($f'(a)$ を求めた。)

微分法

問い　$x=a$ 付近で，関数 $f(x)$ の値はどのように変化するのか
step1　$f(x)$ をアリスメティカルに微分して，導関数 $f'(x)$ を求める
step2　代数的な操作 x に a を代入する $f'(a)$
答え　$x=a$ での変化率，微分係数，接線の傾きがわかった ($f'(a)$ を求めた。)

本来は解析的な操作なのに，代数的な操作で求められるので，微分法なのである。

微分法の公式

1. $(f+g)'=f'+g'$　　$(f-g)'=f'-g'$
2. $(fg)'=f'\cdot g+f\cdot g'$　　$(kf)'=k\cdot f'$ (k は定数)
3. $(a)'=0$ (a は定数)　　$(x^n)'=n\cdot x^{n-1}$
4. $((ax+b)^n)'=an(ax+b)^{n-1}$

例
$(x^3-2x^2+x+4)'=3x^2-4x+1$
$\big((3x-2)^3\big)'=9(3x-2)^2$

テイラー展開

$f(x)=\displaystyle\sum_{k=0}^{\infty}a_k(x-a)^k$ を $f(x)$ の $x=a$ におけるテイラー展開という。
具体的には大学へ進学してからちゃんとやる。
応用としては，
$f(x)$ は多項式関数であるとする。
曲線 $y=f(x)$ と a に対して，
点 $\mathrm{A}(a,f(a))$ における接線の方程式を $y=g(x)$ とすると，$g(x)$ は $f(x)$ を $(x-a)^2$ で割った余りである。

そんななら，多項式関数なら接線も完全に代数的な操作で求めてしまえというのが，この定理なのだ。

例
$y=x^2+x$ の $(2,6)$ における接線の方程式は
$x^2+x=(x-2)^2+5x-4$ なので，$y=5x-4$
例
$y=-x^2+3$ の $(2,-1)$ における接線の方程式は
$-x^2+3=-(x-2)^2-4x+7$ なので，$y=-4x+7$
例
$y=2x^3-1$ の $(a,2a^3-1)$ における接線の方程式は
$2x^3-1=(2x+4a)(x-a)^2+6a^2x-4a^3-1$ なので，$y=6a^2x-4a^3-1$