120630 初版
http://goo.gl/MFRFj

行列と行列式　第１回

1.0 はじめに

よく知られているように2012(H24) 年度高校入学生より高校で行列を履修しなくなる。世の中から行列がなくなるわけではないし，また，高校数学に行列が導入されたのもそう古いことではないし，数学史としても行列は新しい考えである。そもそも行列って何なのかということにもなる。

なぜ，高校数学から行列がなくなるかというのは，私の持論では，行列は余りに強力すぎて，誘導しだいではどんどん難問が作れてしまうからなのではないかと思っている。複素数自体を行列に埋め込むことも可能である。受験というものがあると，対策を練るのが大変だからなのではないか。行列がなくなって，複素数平面が入るのだが，なるほど，変換という面で見ると，行列の役割の代わりはちゃんとある。そして，複素数平面は確かに応用面でも利用価値が高い。

ここでは，教育課程に関係なく，高校生は行列の概念をこのくらい知っていて，使えると便利だよという話をする。高校数学から行列がなくなろうとしているので，教科書で習わなくても知っているとよいことは，どのくらいあって，それは何回 (何時間) 学習すると習得できて，行列を知らないとどうなるかということを，受験数学の立場より上からの視点で記述してみようと思う。大学以降の学習で伸びる人は，抽象的な概念の具体的な例を高校以前の数学の中に見出せるかにある。

なお，参考にしている本は，線型代数入門 (齋藤正彦著，東京大学出版会, 1966 年初版) である。出版からまもなく半世紀経とうとしているが，よくできている。ベクトルや数列を学んだ人，およそ高校２年生程度でも読むことができる。高校数学から行列がなくなると，この本がまた原点になる気がする。

1.1 定義　相等　加法　実数倍

数を縦横に配置したものを行列という。通常，数は実数であるとする。

例えば，２行× ３列の行列全体の集合は
$\mathcal{M}(2,3) = \left\{ \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{pmatrix} | a_{ij} \in \mathbb{R}(i=1,2\ j=1,2,3) \right\}$　(ここで $\mathbb{R}$ は実数全体の集合を表す。)

先に，対象とする行列のサイズを決めてあげる。このとき，サイズの異なる行列には，相等，加法は定義しないことにする。その集合の要素には自然に加法と実数倍が定義できる。これは，ベクトルと同じようにできる。

この演算を仮定する。例えば，$A, B \in \mathcal{M}(2,3)$，$X = 2A - 3B$, $Y = 3A + 2B$ とすると，$X, Y \in \mathcal{M}(2,3)$ であり，$A = \dfrac{2}{13}X + \dfrac{3}{13}Y$, $B = \dfrac{-3}{13}X + \dfrac{2}{13}Y$ と X, Y から A, B を求めることができる。

ここで，２つ注目してみたい。ひとつは，$\mathcal{M}(1,3)$ は空間ベクトルを成分で表現しているものにすぎないということである。

もうひとつは，足し算と実数倍の定義された集合で，いまのように A, B から X, Y を定義したとき，逆に X, Y から A, B を求めることができるという点である。