120914 初版
`http://goo.gl/MFRFj`

教本 ベクトル　第 4 回

有向線分の特別な分解を考える。

ベクトルの正規直交分解　成分

水平方向の単位ベクトルを $\vec{e_1}$, 鉛直方向の単位ベクトルを $\vec{e_2}$ とする。平面上の任意のベクトル $\vec{p}$ に対して,
$\vec{p} = x\vec{e_1} + y\vec{e_2}$ となる実数の組 (x, y) が一意に存在する。
(x, y) を $\vec{p}$ の成分という。x を x 成分，y を y 成分という。
混乱のないときは $\vec{p} = (x, y)$ と記す。

例　(内容を理解するために，必ず確かめるべきである。)
2 点 $\mathrm{A}(-1, 3)$, $\mathrm{B}(4, -3)$ について，$\overrightarrow{\mathrm{AB}} = (5, -6)$ である。直感的には，A から右に 5 下に 6 進むと B がある，ということである。

例　(内容を理解するために，必ず確かめるべきである。)
平行四辺形 ABCD において，$\mathrm{A}(-1, 3)$, $\mathrm{B}(4, -3)$, $\mathrm{C}(5, 0)$ について，$\overrightarrow{\mathrm{AB}} = (5, -6)$ である。$\overrightarrow{\mathrm{AB}} = \overrightarrow{\mathrm{DC}}$ であるから，$\mathrm{D}(0, 6)$ である。

例　(内容を理解するために，必ず確かめるべきである。)
直線 $y = 2x - 1$ は傾きが 2 であり，$\vec{d_1} = (1, 2)$ とすると，この直線上の任意の 2 点 P, Q に対して $\overrightarrow{\mathrm{PQ}} = t\vec{d_1}$ なる実数 t が存在する。$\vec{d_1}$ をこの直線の方向ベクトルという。
直線 $x + 2y = 1$ は傾きが $-\dfrac{1}{2}$ であり，$\vec{d_2} = (2, -1)$ とすると，この直線上の任意の 2 点 P, Q に対して $\overrightarrow{\mathrm{PQ}} = t\vec{d_2}$ なる実数 t が存在する。$\vec{d_2}$ はこの直線の方向ベクトルである。

成分の計算

$\vec{a} = (a_1, a_2)$, $\vec{b} = (b_1, b_2)$ とする。
$\vec{a} = \vec{b} \iff a_1 = b_1$ かつ $a_2 = b_2$
$k\vec{a} = k(a_1, a_2) = (ka_1, ka_2)$ 真ん中のように記してもよいことにする。
$\vec{a} + \vec{b} = (a_1, a_2) + (b_1, b_2) = (a_1 + b_1, a_2 + b_2)$ 真ん中のように記してもよいことにする。
$\vec{a} - \vec{b} = (a_1, a_2) - (b_1, b_2) = (a_1 - b_1, a_2 - b_2)$
また，$|\vec{a}| = \sqrt{{a_1}^2 + {a_2}^2}$

問題
このことを証明せよ。

例

$\vec{a}=(-1,2)$, $\vec{b}=(3,-2)$ とする。
$2\vec{a}-3\vec{b}=2(-1,2)-3(3,-2)=(-11,10)$
$|\vec{a}|=\sqrt{5}$, $|2\vec{a}|=2\sqrt{5}$, $|\vec{b}|=\sqrt{13}$, $|-3\vec{b}|=3\sqrt{13}$, $|2\vec{a}-3\vec{b}|=\sqrt{221}$

問題

$\vec{a}=(-1,2)$, $\vec{b}=(3,-2)$ とする。
$\vec{p}=(1,0)$, $\vec{q}=(0,1)$ をそれぞれ，$\vec{a}$, $\vec{b}$ で表せ。
($\vec{p}=s\vec{a}+t\vec{b}$ のように表すとき，(s,t) を求めよということ)

問題

$\vec{a}=(1,-2)$, $\vec{b}=(3,y)$ について，$\vec{a}$ と $\vec{b}$ が平行になるような y の値を求めよ。

問題

3 点 $\mathrm{A}(-2,1)$, $\mathrm{B}(1,3)$, $\mathrm{C}(3,c)$ が一直線上になるような c の値を求めよ。