120924 初版
http://goo.gl/MFRFj

教本 ベクトル　第７回

内積の性質をみてみよう。

内積の性質

$\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{b}\cdot\vec{a}$
$(k\vec{a})\cdot\vec{b}=\vec{a}\cdot(k\vec{b})=k(\vec{a}\cdot\vec{b})$
$\vec{a}\cdot\vec{a}=|\vec{a}|^2$
$\vec{a}\cdot(\vec{b}+\vec{c})=\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{a}\cdot\vec{c}$

例　(内容を理解するために，必ず確かめるべきである。)
$|\vec{a}+\vec{b}|^2=(\vec{a}+\vec{b})\cdot(\vec{a}+\vec{b})$
$=\vec{a}\cdot\vec{a}+\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{b}\cdot\vec{a}+\vec{b}\cdot\vec{b}$
$=|\vec{a}|^2+2\vec{a}\cdot\vec{b}+|\vec{b}|^2$

注意
計算はだれでもできるよさがあるが，余りに形式的にやりすぎて，でたらめをやることがあるので注意しよう。

例　(内容を理解するために，必ず確かめるべきである。)
$|\vec{a}|=3$, $|\vec{b}|=2$, $|3\vec{a}+2\vec{b}|=10$ とすると，
$9|\vec{a}|^2+12\vec{a}\cdot\vec{b}+4|\vec{b}|^2=100$
よって，$\vec{a}\cdot\vec{b}=\dfrac{1}{4}$
$\vec{a}$ と $\vec{b}$ のなす角を θ とすると，
$\cos\theta=\dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}=\dfrac{1}{24}$